Энгельсский технологический институт (филиал) федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

Кафедра «Естественных и математических наук»

ФИЗИКА

Методические указания к
выполнению лабораторной работы
“ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ”

для студентов направлений

09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
09.03.04 «Программная инженерия»
15.03.02 «Технологические машины и оборудование»
15.03.05 «Конструкторско-технологическоеобеспечение машиностроительных производств»
18.03.01 «Химическая технология»
23.03.01 «Нефтегазовое дело»
29.03.05 «Конструирование изделий легкой промышленности»

очной и заочной формы обучения

Энгельс 2024

Экспериментальные исследования электростатических полей с помощью электролитической ванны

Введение

При конструировании электровакуумных приборов, электронных ламп, ускорителей заряженных частиц, при расчете характеристик волноводов и т.д. требуется знать распределение электрического поля в пространстве, заключенном между электродами различной формы. Аналитический расчет поля удается выполнить для весьма ограниченного набора конфигураций и взаимного расположения электродов. Сложные электростатические поля исследуются экспериментально, в частности, с помощью электролитической ванны.

Цель работы – изучение метода моделирования электростатических полей в электролитической ванне и исследование их характеристик в пространстве между электродами различной формы.

1 Теоретическая часть

Электростатическое поле – это поле, создаваемое покоящимися электрическими зарядами. Силовой характеристикой поля является напряженность $\vec{E}$, которая равна отношению силы $\vec{F}$, действующей со стороны электрического поля на точечный пробный заряд, помещенный в рассматриваемую точку поля, к величине $q_{\text{пр}}$ этого заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}. \tag{1.1}$$

Пробный заряд должен быть столь малым, чтобы его внесение не искажало исследуемое с его помощью поле.

Энергетической характеристикой электростатического поля служит его потенциал φ, численно равный работе, которую совершают силы поля над единичным положительным зарядом при удалении его из данной точки на бесконечность:

$$\varphi = \frac{A_{\text{эл}}}{q}. \tag{1.2}$$

Напряженность и потенциал связаны друг с другом соотношением:

$$\vec{E} = -grad\varphi = -\nabla\varphi, \tag{1.3}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l dl, \tag{1.4}$$

где φ_1, φ_2 – потенциалы в точках 1 и 2, $d\vec{l}$ – вектор элементарного перемещения в электростатическом поле, E_l – проекция вектора напряженности на $d\vec{l}$. В декартовых координатах для $\vec{E}$ имеем:

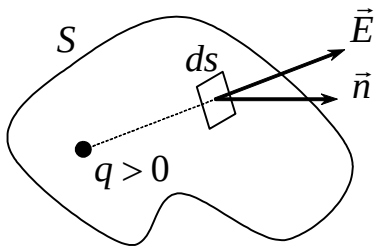


Рис.2

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right),$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные орты в направлениях *x, y, z* соответственно.

Удобной моделью электрического поля является его изображение в виде силовых и эквипотенциальных линий. Силовые линии – это кривые, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{E}$. Силовые линии начинаются на положительных зарядах (источники), а заканчиваются на отрицательных (стоки). В такой модели величина напряженности $\vec{E}$ пропорциональна густоте силовых линий (числу линий, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярной к ним). Поэтому там, где силовые линии идут гуще, напряженность поля $|\vec{E}|$ – больше. Картину силовых линий удобно дополнить картиной эквипотенциальных поверхностей – поверхностей равного потенциала. Пересекаясь с плоскостью чертежа, эквипотенциальные поверхности дают эквипотенциальные линии (рис.1).

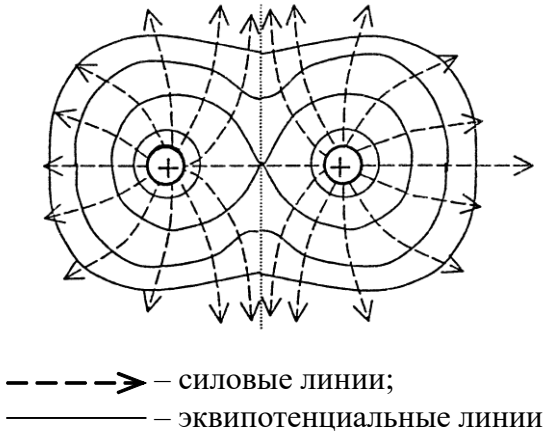


Рис.1

Линии напряженности перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям (линиям), в том числе и поверхностям проводников в электростатическом поле, так как последние являются эквипотенциальными объемами. Тогда вектор средней напряженности $\langle\vec{E}\rangle$ между двумя эквипотенциальными поверхностями (линиями) с разностью потенциалов $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ направлен вдоль линии, соответствующей кратчайшему расстоянию между ними $\Delta\vec{l}$ от большего потенциала к меньшему – вдоль направления наибольшего изменения потенциала (навстречу $grad\varphi$). Согласно (1.5) для модуля средней напряженности поля $\langle E\rangle$ имеем:

$$\langle E\rangle = \left|\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}\right|. \qquad (1.6)$$

Ведем понятие потока напряженности через поверхность *S*:

$$N = \int_S E_n ds, \qquad (1.7)$$

где E_n – проекция вектора напряженности на нормаль к элементу поверхности ds (рис.2). Графический смысл потока – число силовых линий, пронизывающих поверхность *S*.

Для расчета электростатических полей в вакууме применяется теорема Остроградского – Гаусса. Она гласит, что поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ε_0:

$$\oint_S E_n ds = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{\infty} q_i \,, \tag{1.8}$$

где $\sum_{i=1}^{\infty} q_i$ – сумма зарядов, находящихся внутри замкнутой поверхности *S*; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная. В (1.8) под $\vec{n}$ понимается внешняя нормаль к поверхности.

Использование теоремы особенно удобно в случае полей, обладающих заранее известной симметрией, обусловленной симметрией в конфигурации зарядов – источников рассматриваемого поля. При этом удается так выбрать поверхность интегрирования, что поток напряженности сквозь нее можно выразить через искомую напряженность поля, что существенно упрощает вычисления. Используя теорему Остроградского – Гаусса (1.8) и формулу (1.4), можно получить значения напряженности и потенциала полей, созданных следующими заряженными телами:

1. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}, \tag{1.9}$$

где $\sigma = q / S$ – поверхностная плотность заряда на плоскости, q – заряд на участке плоскости площадью *S*.

2. Поле конденсатора, образованного двумя бесконечными пластинами (рис.3):

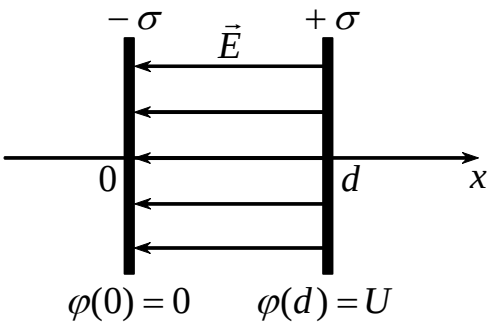


Рис.3

$$E(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}, & 0 \le x \le d; \\ 0, & x > d. \end{cases} \tag{1.10}$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ Ex, & 0 \le x \le d; \\ U, & x > d, \end{cases} \tag{1.11}$$

где x – координата, отсчитываемая от пластины с нулевым потенциалом; d – расстояние между пластинами; $U = Ed$ – напряжение на конденсаторе.

3. Поле конденсатора, образованного двумя бесконечно длинными коаксиальными цилиндрами (рис.4):

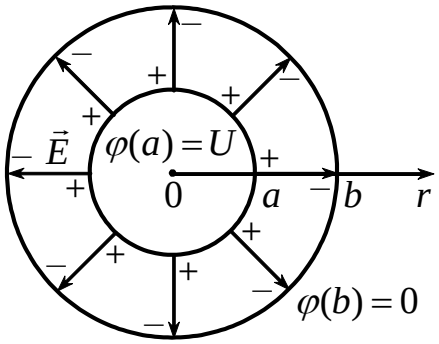


Рис.4

$$E(r)=\begin{cases}0, & 0\le r<a;\\ \dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}, & a\le r\le b;\\ 0, & r>b.\end{cases} \qquad (1.12)$$

$$\varphi(r)=\begin{cases}U, & 0\le r<a;\\ \dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\dfrac{b}{r}\right), & a\le r\le b;\\ 0, & r>b,\end{cases} \qquad (1.13)$$

где $\tau = q/l$ – линейная плотность зарядов, q – заряд на участке цилиндра длиной l; r – расстояние от оси цилиндров до точки расчета напряженности и потенциала; a и b – радиусы внутреннего и внешнего цилиндров соответственно; U – напряжение на конденсаторе.

Емкости плоского (рис.3) и цилиндрического (рис.4) конденсаторов даются формулами соответственно:

$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}, \qquad (1.14)$$

где S – площадь пластины,

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(b/a)}, \qquad (1.15)$$

где L – длина цилиндра.

Вывод некоторых формул приведен в Приложениях.

Энергия W, запасенная в электрическом поле конденсатора, и объемная плотность энергии (энергия единицы объема) w определяются выражениями:

$$W=\frac{CU^2}{2}, \qquad (1.16)$$

$$w=\frac{\varepsilon_0 E^2}{2}. \qquad (1.17)$$

Сила F притяжения пластин в плоском конденсаторе (пондеромоторная сила) рассчитывается по формуле:

$$F=\frac{Eq}{2}=\frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}. \qquad (1.18)$$

В экспериментальной части работы будут исследованы электрические поля в плоском и цилиндрическом конденсаторах.

2 Методика эксперимента и описание установки

2.1 Выбор методики эксперимента

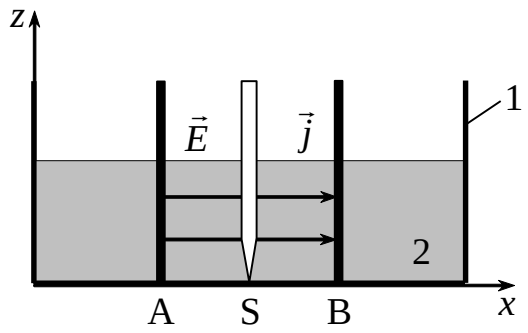
В данной работе для исследования электростатических полей выбран метод их моделирования в электролитической ванне. Он основан на том, что сла-

бые токи в электролитах подчиняются закону Ома и связаны с напряженностью поля $\vec{E}$ соотношением:

$$\vec{j} = \gamma\vec{E}, \qquad (2.1)$$

где $\vec{j}$ – плотность тока; γ – удельная проводимость электролита.

Поле плотности тока в электролите графически представляется линиями плотности тока также, как электростатическое поле силовыми линиями, и, согласно уравнению (2.1), они совпадают. Если необходимо исследовать какое-либо электрическое поле, то металлические модели электродов, создающих его, помещают в ванну с электролитом (рис.5). Модели электродов должны быть подобны оригиналам по конфигурации, размерам и расположению, а подаваемые на них от источника потенциалы пропорциональны потенциалам на реальных электродах. В ванне возникает электрический ток, линии которого совпадают с силовыми линиями электрического поля.



1 – ванна; 2 – электролит; S – зонд; A, B – электроды

Рис.5

Для измерения потенциала в различных точках ванны используют проводник-зонд. Так как ток течет только в электролите, то на границах ванна – электролит и электролит – воздух линии плотности тока параллельны этим поверхностям (рис.5), т.е. $j_z = 0$. В случае неглубокой ванны это условие распространяется на весь объем электролита (рис.5), т.е. линии $\vec{j}$ горизонтальны. Таким образом, можно достаточно точно моделировать лишь поля с горизонтальными силовыми линиями, зависящие только от двух координат *x* и *y* (плоскопараллельные поля). Такие поля создаются заряженными бесконечно длинными вдоль *z* цилиндрическими (плоскими) поверхностями. Для их моделирования электроды конечной длины погружают на дно неглубокой ванны и создают на них соответствующие потенциалы, при этом поле $\vec{j}$ в ванне эквивалентно электрическому полю $\vec{E}$ от бесконечно длинных вдоль *z* электродов.

В экспериментальной части работы будут исследоваться плоскопараллельные поля в неглубокой ванне.

2.2 Экспериментальная установка и требования к ее элементам

Схема установки представлена на рис.6. В эксперименте используются следующие приборы: генератор сигнала низкой частоты Г3 (1), вольтметр универсальный В7 (2) с зондом (3), электролитическая ванна (4) с набором электродов различной формы (5).

С генератора переменное напряжение подается на электроды, формируя электрическое поле и токи в ванне. В зависимости от положения переключателя П вольтметр измеряет:

а) напряжение на электродах, если П в положении "U";

б) потенциал поля в точке нахождения зонда относительно заземленного электрода, если П в положении "S";

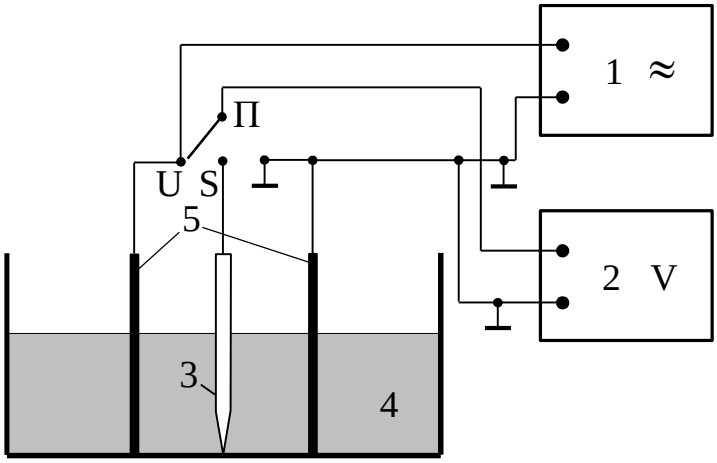


Рис.6

в) вход вольтметра закорочен, если П в положении "⊥".

Для уменьшения методических погрешностей моделирования электростатических полей к установке предъявляются следующие требования:

а) требования к электролиту: метод моделирования основан на соотношении (2.1). Электролит не должен искажать это соотношение, т.е. должен быть однородным ($\gamma = const$). Если в электролите будут течь заметные токи, то вследствие локального разогрева изменится его проводимость и соотношение (2.1) может нарушиться, поэтому электролит должен быть слабо проводящим. В качестве электролита обычно используется дистиллированная вода;

б) требования к ванне: для сохранения подобия линий поля и тока необходимо, чтобы проводимость материала ванны была много меньше проводимости электролита. В этом случае ток не ответвляется на ванну, а протекает лишь по электролиту. В качестве материала ванны обычно применяют органическое стекло;

в) требования к источнику напряжения: при использовании источника постоянного тока из-за электролиза изменяется состав электролита и нарушается его однородность. Поэтому в установке применяется источник переменного тока (генератор сигналов Г3);

г) требования к зонду и вольтметру: для минимального искажения зондом исследуемого поля его диаметр должен быть достаточно малым, так чтобы изменение потенциала в пределах зонда было много меньше его абсолютного значения. Входное сопротивление вольтметра должно быть много больше сопротивления участка электролита, к которому он подключается. При этом ответвление тока на вольтметр мало, что делает искажения поля пренебрежимо малыми.

3 Экспериментальная часть

3.1 Правила техники безопасности при выполнении работы

При работе на экспериментальной установке необходимо соблюдать следующие правила техники безопасности:

а) включать установку в сеть только после проверки ее лаборантом или преподавателем;

б) при включенной установке не касаться руками электродов;

в) смену электродов проводить только при выключенном генераторе;

г) по окончании измерений установку отключить от сети;

д) дополнительные указания по технике безопасности представлены в инструкции по эксплуатации приборов.

3.2. Подготовка установки к работе

Для подготовки экспериментальной установки к работе:

а) установить в ванну с дистиллированной водой электроды (форма электродов указывается преподавателем);

б) собрать схему, изображенную на рис.6, и показать для проверки преподавателю или лаборанту;

в) поставить переключатель П в положение "U";

г) подготовить к работе и включить приборы;

д) подать с генератора Г3 сигнал частоты $f = 5\,\text{кГц}$ и напряжением $U = 5\,\text{В}$;

е) по вольтметру В7 с помощью генератора установить напряжение на электродах $U = 5\,\text{В}$;

ж) поставить переключатель П в положение "S". При этом вольтметр В7 подключен к зонду и измеряет разность потенциалов между зондом и заземленным электродом. Установка готова к работе.

3.3 Задание 1. Исследование электростатического поля плоского конденсатора

3.3.1 Измерения:

а) в случае установленных в ванну плоских электродов, перемещая зонд от одного электрода к другому вдоль средней линии с шагом $\Delta x = 1$ см, снять зависимость потенциала от расстояния $\varphi = \varphi(x)$ при $x < 0$, $0 \le x \le d$, $x > d$, где $x = 0$ и $x = d$ – координаты электродов. Расстояние d устанавливается по указанию преподавателя в пределах от 10 до 20 см;

б) экспериментально определить четыре эквипотенциальные линии с потенциалами $\varphi = 1$ В, 2 В, 3 В, 4 В. Для определения эквипотенциальной линии перемещать зонд по ванне, находя точки с одинаковым потенциалом и записы-

вая их координаты. Для каждой линии необходимо определить не менее 7 точек. проверить, что электроды являются эквипотенциальными поверхностями.

3.3.2 Обработка результатов измерений:

а) по результатам измерений построить график зависимости $\varphi = \varphi(x)$. Качественно сравнить экспериментальную кривую с теоретической;

б) графическим дифференцированием (см. Приложение) рассчитать зависимость $E = E(x)$ при $x < 0$, $0 \le x \le d$, $x > d$, построить ее график, провести качественное сравнение с теорией;

в) по результатам измерений построить картину эквипотенциальных и силовых линий электростатического поля плоского конденсатора, образованного двумя бесконечными пластинами;

г) используя значение площади пластин $S = 1$ м^2 и пренебрегая искажением поля на их краях, рассчитать следующие характеристики: q и σ – заряд и поверхностную плотность заряда на пластине, C – емкость конденсатора, W и w – энергию и объемную плотность энергии поля, F – силу притяжения пластин. Считая, что в моделируемом конденсаторе диэлектрик отсутствует, диэлектрические свойства электролита не учитывать;

д) рассчитать поток напряженности $\vec{E}$ через плоскую поверхность площадью $S = 1$ м^2, расположенную внутри конденсатора и наклоненную к силовым линиям под углом $\alpha = 30^0$.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М: Наука, Т.3 2016
2. Физический практикум/ Под ред. В.И. Ивероновой. М.: Физматгиз, 2017
3. Учебные анимированные клипаты по физики ЭТИ СГТУ [Электронный ресурс] http://tfi.sstu.ru/
4. Калашнико в С. Г. Электричество. -М.: Наука, 2015. - 576 с.
5. Матвеев А. Н. Электричество и магнетизм. -М.: Высшая школа, 2017
6. Савелье в И. В. Курс общей физики. Т. 2. - М.: Наука, 2016 - 496с.
7. . СавельевИ. В. Курс общей физики. Т. 3. -М.: Наука, 2016. -317с.
8. Гольди н Л. Л. Руководство к лабораторным занятиям по физике. -М.: Наука. 2017. -687 с. .